

IMPLEMENTIERUNG EINER AKTIVEN DÄMPFUNG BEI EINEM GLEICHSTROMMOTOR ZUR UNTERSUCHUNG DER HAPTISCHEN WAHRNEHMUNG VON VISKOSER REIBUNG

Manuel Kühner, Jörg Wild

Institut für Kraftfahrzeugtechnik und Mechatronik (IKM), Hochschule Heilbronn

Schlüsselwörter: viskose Reibung, aktive Dämpfung, Gleichstrommotor, Validierung, Haptik, haptische Wahrnehmung

KURZFASSUNG

Im Rahmen der Haptik-Forschung des IKM wird im Bereich der menschlichen haptischen Wahrnehmung geforscht. Eines der Ziele ist es, die Wahrnehmungs- und Unterschiedsschwellen für viskose Reibung bei rotatorischen Drehstellern zu ermitteln. Hierfür wird eine aktive Dämpfung bei einem Gleichstrommotor, der Teil eines haptischen Simulators ist, implementiert. Neben den theoretischen Überlegungen werden die Implementierung und deren Validierung aufgezeigt.

Hintergrund

Im Rahmen der Haptik-Forschung des IKM wird im Bereich der menschlichen haptischen Wahrnehmung geforscht – vor allem bei rotatorischen und translatorischen Bedienelemente. Die bisherigen Ergebnisse sind in [1] zusammengetragen.

Um systematisch Parameterstudien an Probanden durchführen zu können, wurde u. a. ein rotatorischer Haptik-Simulator entwickelt. In der Literatur wird häufig der Begriff *haptisches Display* dafür verwendet. Der Simulator ist in Abb. 1 dargestellt.

Die Ansteuerung erfolgt durch ein xPC-Target-System von THE MATHWORKS, einer I/O-Karte von NATIONAL INSTRUMENTS und eigener Leistungs- und Schnittstellenelektronik.

Zukünftig soll auch der Einfluss der viskosen

Reibung auf die Haptik von rotatorischen Bedienelementen untersucht werden. Um viskose Reibung erzeugen zu können, wird der bestehende Simulator um eine *aktive Dämpfung* erweitert.

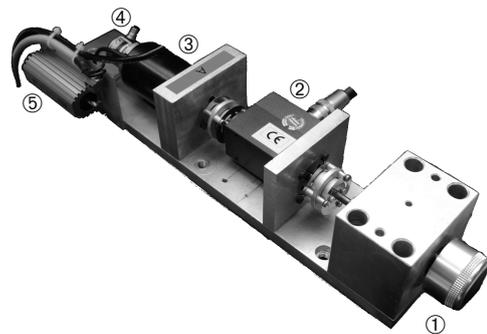


Abbildung 1: Verwendeter haptischer Simulator. ① Kappe, ② Drehmomentsensor, ③ DC-Motor, ④ inkrementeller Winkelencoder, ⑤ Vorwiderstand R_v

Aktive Dämpfung kommt häufig zum Einsatz, um die Stabilität dynamischer Systeme zu verbessern, z. B. [2]. Dieser Aspekt spielt hier aber eine untergeordnete Rolle.

Modell des Gleichstrommotors

Ein Gleichstrommotor lässt sich näherungsweise durch die Maschengleichung des Ankerkreises (1), der ersten (2) und zweiten (3) Fundamentalgleichung der Gleichstrommaschine und den Drallsatz (4) beschreiben. Vernachlässigt werden dabei u. a. Haft- und Gleitreibung und der Einfluss der Kommutierung auf den ohmschen Widerstand bei bürstenbehafteten Gleichstrommotoren.

$$u = Ri + \frac{di}{dt}L + u_{\text{ind}} \quad (1)$$

$$u_{\text{ind}} = c\dot{\varphi} \quad (2)$$

$$M_i = ci \quad (3)$$

$$J\ddot{\varphi} = M_i + \sum M_k \quad (4)$$

Dabei bezeichnet u die angelegte Spannung, R den ohmschen Widerstand, i den Strom, L die Induktivität, u_{ind} die induzierte Spannung, c die Motorkonstante (in Nm/A), M_i das innere Motormoment, J das Massenträgheitsmoment, $\sum M_k$ die Summe der äußeren Drehmomente und φ die Rotorstellung des Motors.

Die Spannung u wird pulsweiten-moduliert.

Der Motor ist Teil des haptischen Simulators. Das hat zur Folge, dass sich die Parameter R und J auf das Gesamtsystem beziehen müssen (R_{ges} bzw. J_{ges}).

Wichtige Kennwerte für dynamische Systeme sind deren Zeitkonstanten. Das betrachtete System besitzt eine elektrische Zeitkonstante T_{el} von

$$T_{\text{el}} = \frac{L}{R_{\text{ges}}} \approx 0,05 \text{ ms} \quad (5)$$

und eine mechanische Zeitkonstante T_{mech} von

$$T_{\text{mech}} = \frac{J_{\text{ges}} R_{\text{ges}}}{c^2} \approx 50 \text{ ms}. \quad (6)$$

Aufgrund der kleinen elektrischen Zeitkonstante, kann diese bei den weiteren Betrachtungen vernachlässigt werden. Das innere Motormoment M_i

$$M_i = c \underbrace{\frac{u - u_{\text{ind}}}{R_{\text{ges}}}}_i \quad (7)$$

stellt sich somit als reines P-Glied bzgl. der wirksamen Spannung $u - u_{\text{ind}}$ dar. Dabei wurde (1) in (3) unter Vernachlässigung der Induktivität eingesetzt. Dies ist zulässig, da die elektrische Zeitkonstante sehr klein ist.

Eigendämpfung des Gleichstrommotors

Um später eine absolute Vorgabe der Dämpfung machen zu können, muss zunächst die Eigendämpfung des Gleichstrommotors kompensiert werden.

Dreht man den Rotor eines getriebelosen Gleichstrommotors von Hand und vergleicht das

Verhalten bei verbundenen und nicht verbundenen Klemmen, so kann man die Eigendämpfung spüren.

In (7) sieht man, dass die Eigendämpfung durch die induzierte Spannung u_{ind} hervorgerufen wird. Die angelegte Spannung u ist eine Eingangsgröße und wird für die weiteren Betrachtungen zunächst null gesetzt – dies entspricht einem Kurzschluss der Motorklemmen.

Die induzierte Spannung u_{ind} ist winkelgeschwindigkeitsproportional (2). Durch Einsetzen in (7) ergibt sich das innere Moment M_i in Abhängigkeit der Winkelgeschwindigkeit $\dot{\varphi}$ zu

$$M_i(u_{\text{ind}}) = -c \frac{u_{\text{ind}}}{R_{\text{ges}}} \quad (8)$$

$$M_i(\dot{\varphi}) = -\dot{\varphi} \underbrace{\frac{c^2}{R_{\text{ges}}}}_{d_{\text{eigen}}} \quad (9)$$

Das Drehmoment wirkt entgegen der Drehrichtung, proportional zu $-\dot{\varphi}$. Die Proportionalitäts- bzw. Dämpfungskonstante d_{eigen} ergibt sich zu c^2/R_{ges} .

Implementierung der aktiven Dämpfung

Kompensiert man die induzierte Spannung u_{ind} oder befindet sich der Motor im Stillstand, dann ergibt sich aus (7) das innere Moment M_i zu

$$M_i(u) = \frac{c}{R_{\text{ges}}} u \quad (10)$$

und ist somit direkt proportional zur angelegten Spannung u . Dabei ist c/R_{ges} die Proportionalitäts- bzw. Spannungsdrehmoment-Konstante. Um ein gewünschtes Drehmoment zu erzeugen, gewichtet man dies mit dem Kehrwert der Spannungsdrehmoment-Konstante und erhält so die erforderliche Spannung, siehe (11).

$$u(M_i) = \frac{R_{\text{ges}}}{c} M_i \quad (11)$$

Das System soll sich letztendlich so verhalten, dass eine vorgegebene Soll-Dämpfung mit dem Parameter d_{soll} wirksam ist. Mit den bisher gewonnenen Beziehungen lässt sich dies einfach realisieren.

Abbildung 2 zeigt das Blockschaltbild zur Implementierung der aktiven Dämpfung. Die

durch einen Inkrementalencoder erfasste Rotorstellung φ wird zunächst mit einem Tiefpass erster Ordnung gefiltert und anschließend differenziert.

Die so gewonnene Winkelgeschwindigkeit wird dann mit der Motorkonstanten c gewichtet, um die Induktionsspannung zu kompensieren.

Weiterhin wird die Winkelgeschwindigkeit mit der Dämpfungskonstanten d_{soll} gewichtet – daraus ergibt sich das Soll-Drehmoment aufgrund der aktiven Dämpfung. Dieses Drehmoment wird mit dem Kehrwert der Spannungsdrehmoment-Konstanten gewichtet, um so die erforderliche Spannung zu berechnen.

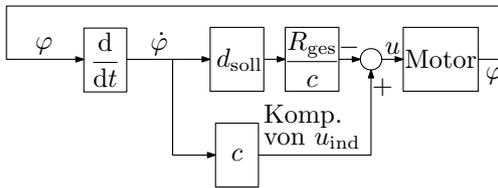


Abbildung 2: Blockschaltbild zur Implementierung der aktiven Dämpfung

Vorüberlegungen zur Validierung

Die Validierung der Implementierung erfolgt mit Hilfe einer Parameterschätzung. Dazu wird ein Gewicht mit bekannter Masse an der Kappe des rotatorischen Simulators mit einem dünnen Faden befestigt (Fallversuch). Der gemessene Drehwinkelverlauf lässt sich mit dem Drehwinkelverlauf eines mathematischen Modells der Strecke vergleichen – dadurch lässt sich auf die wirksame Dämpfung schließen.

Abbildung 3 veranschaulicht die Beziehungen, die für die Modellbildung verwendet werden.

Die Bewegungsgleichung (12) für die Position φ ergibt sich einfach aus dem Drall- und Impulssatz. Dabei wird die Lagerreibung durch das konstante Reibmoment M_{reib} modelliert.

Zusätzlich wurden zur Erhöhung der Übersichtlichkeit das Ersatzmassenträgheitsmoment J_{ers} und das wirksame Drehmoment M_{wirk} eingeführt. Um anzudeuten, dass die Momente erst ab dem Zeitpunkt $t = 0$ wirken, wird die Heaviside-Funktion $H(t)$ verwendet.

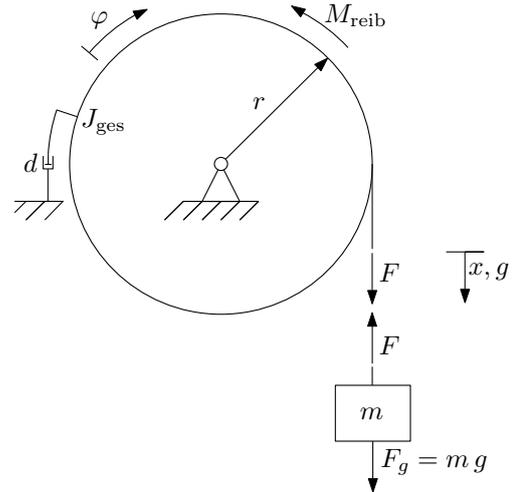


Abbildung 3: Mechanisches Modell zur Validierung, mit Hilfe der Bewegungsgleichung für φ lässt sich auf die wirksame Dämpfung d schließen

$$\ddot{\varphi} \overbrace{(J_{\text{ges}} + m r^2)}^{J_{\text{ers}}} + \dot{\varphi} d = \underbrace{(m g r - M_{\text{reib}})}_{M_{\text{wirk}}} H(t) \quad (12)$$

Die Übertragungsfunktion $G(s)$ des IT₁-Glieds ergibt sich zu

$$G(s) = \frac{1}{J_{\text{ers}} s^2 + d s} \quad (13)$$

Bei verschwindenden Anfangsbedingungen erhält man als Lösung im Zeitbereich

$$\varphi(t) = \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{1}{J_{\text{ers}} s^2 + d s} \cdot \mathcal{L} \{ M_{\text{wirk}} \} \right\} \quad (14)$$

$$\varphi(t) = \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{1}{J_{\text{ers}} s^2 + d s} \cdot \frac{M_{\text{wirk}}}{s} \right\} \quad (15)$$

$$\varphi(t) = \begin{cases} \frac{J_{\text{ers}} e^{-\frac{d}{J_{\text{ers}}} t} - J_{\text{ers}} + d t}{d^2} M_{\text{wirk}}, & d \neq 0 \\ \frac{1}{2} \frac{M_{\text{wirk}}}{J_{\text{ers}}} t^2, & d = 0. \end{cases} \quad (16)$$

Gleichung (16) gilt für $t \geq 0$. Für den Fall $d \neq 0$ nähert sich der Verlauf von $\varphi(t)$ asymptotisch einer Geraden mit der Steigung bzw. Winkelgeschwindigkeit M_{wirk}/d , siehe Abb. (4).

Die Winkelgeschwindigkeit wird konstant, wenn das Drehmoment aufgrund der Dämpfung

mit dem Antriebsmoment M_{wirk} im Gleichgewicht ist.

Die Steigung enthält neben der wirksamen Dämpfung d lediglich das wirksame Drehmoment M_{wirk} . Somit eignet sie sich sehr gut, um später die wirksame Dämpfung zu bestimmen, da sie zeitunabhängig ist und das wirksame Drehmoment einfach bestimmbar ist. Bei *konstanter* Winkelgeschwindigkeit ergibt sich die wirksame Dämpfung d demnach zu

$$d(\dot{\varphi}) = \frac{M_{\text{wirk}}}{\dot{\varphi}} = \frac{mgr - M_{\text{reib}}}{\dot{\varphi}} \quad (17)$$

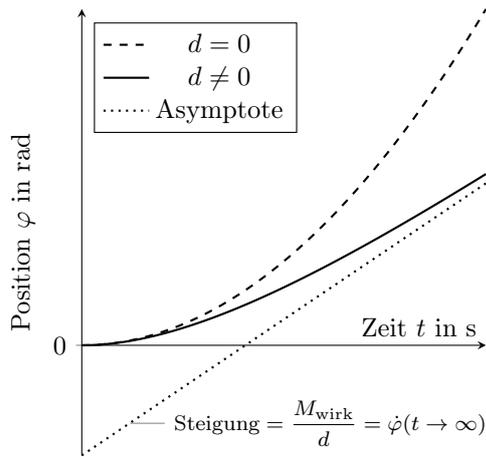


Abbildung 4: Beispielhafter Positionsverlauf nach (16), der Positionsverlauf nähert sich für $d \neq 0$ asymptotisch einer Geraden

Es ist anschaulich klar, dass die beiden Fälle von (16) für $d \rightarrow 0$ und/oder $t \rightarrow 0$ ineinander übergehen müssen. Dennoch unterscheiden sich beide Gleichungen strukturell sehr stark. Die Ähnlichkeit der Gleichungen wird allerdings deutlicher, wenn man (12) durch

$$\dot{\varphi} = \omega \quad (18)$$

$$\rightarrow \dot{\omega} J_{\text{ers}} + \omega d = M_{\text{wirk}} H(t) \quad (19)$$

von einer Differentialgleichung zweiter Ordnung bzgl. der Position φ in eine Differentialgleichung erster Ordnung bzgl. der Winkelgeschwindigkeit ω und somit von einem IT₁-System in ein PT₁-System überführt.

Die Lösung im Zeitbereich ergibt sich zu

$$\omega(t) = \begin{cases} \frac{M_{\text{wirk}}}{d} \left(1 - e^{-\frac{d}{J_{\text{ers}}}t}\right), & d \neq 0 \\ \frac{M_{\text{wirk}}}{J_{\text{ers}}}t, & d = 0. \end{cases} \quad (20)$$

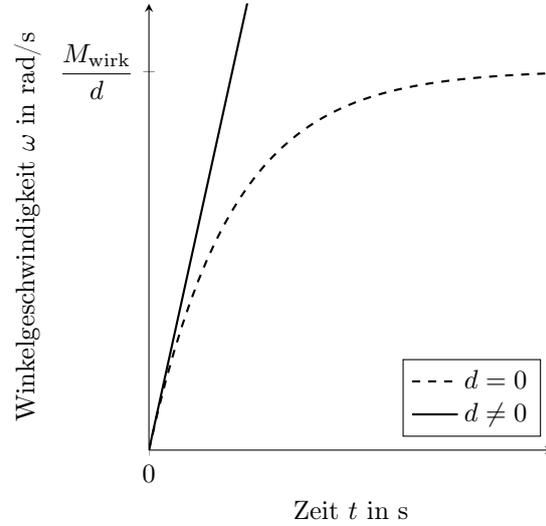


Abbildung 5: Beispielhafter Verlauf der Winkelgeschwindigkeit nach (20), die Tangente für $t = 0$ der Lösung für $d \neq 0$ entspricht der Lösung für $d = 0$

Die Steigung der Tangente für den Verlauf von $\omega_{d \neq 0}(t \rightarrow 0)$ ergibt sich zu

$$\dot{\omega}_{d \neq 0}(t \rightarrow 0) = \lim_{t \rightarrow 0} \left(\frac{d}{dt} \left[\frac{M_{\text{wirk}}}{d} \left(1 - e^{-\frac{d}{J_{\text{ers}}}t}\right) \right] \right) \quad (21)$$

$$\dot{\omega}_{d \neq 0}(t \rightarrow 0) = \lim_{t \rightarrow 0} \left(\frac{M_{\text{wirk}}}{d} \left(\frac{d}{J_{\text{ers}}} e^{-\frac{d}{J_{\text{ers}}}t} \right) \right) \quad (22)$$

$$\dot{\omega}_{d \neq 0}(t \rightarrow 0) = \frac{M_{\text{wirk}}}{J_{\text{ers}}} = \dot{\omega}_{d=0}(t). \quad (23)$$

Die Tangentensteigung ist identisch mit der Steigung von $\omega_{d=0}(t)$, was es zu zeigen galt.

Ergebnisse der Validierung

Folgende Testfälle wurden zur Validierung herangezogen. Bei den Testfällen handelt es sich um Fallversuche mit $m = 100$ g.

1. Motorklemmen offen - keine Dämpfung wirksam, da $i = 0$, die Dämpfung durch die Lagerung kann vernachlässigt werden
2. Motorklemmen kurzgeschlossen - theoretisch Eigendämpfung

$$d_{\text{eigen}} = \frac{c^2}{R_{\text{ges}}} = 0,54 \text{ mNms} \quad (24)$$

des Motors wirksam, siehe (9)

3. Simulator an Steuerung angeschlossen, Dämpfungsvorgabe $d = 0 \text{ mNms}$ – es sollte sich der gleiche Positionsverlauf wie bei offenen Motorklemmen ergeben
4. Simulator an Steuerung angeschlossen, Dämpfungsvorgabe $d = 3 \text{ mNms}$ – es sollte sich ein Positionsverlauf gemäß dem mathematischen Modell ergeben.

Eine Dämpfung von $d = 3 \text{ mNms}$ ist von Versuchspersonen deutlich wahrnehmbar.

Verglichen werden demnach Testfall 1 mit 3 und zusätzlich 2 und Testfall 4 mit der Vorhersage aus dem mathematischen Modell (16).

Abbildung 6 zeigt den ersten Vergleich. Bei geschlossenen Motorklemmen stellt sich schnell eine konstante Geschwindigkeit ein. Zwischen dem Verlauf mit offenen Klemmen und kompensierter Induktionsspannung u_{ind} ist in dieser Darstellung kein Unterschied mehr zu erkennen. Dies zeigt, dass die Kompensation sehr gut funktioniert.

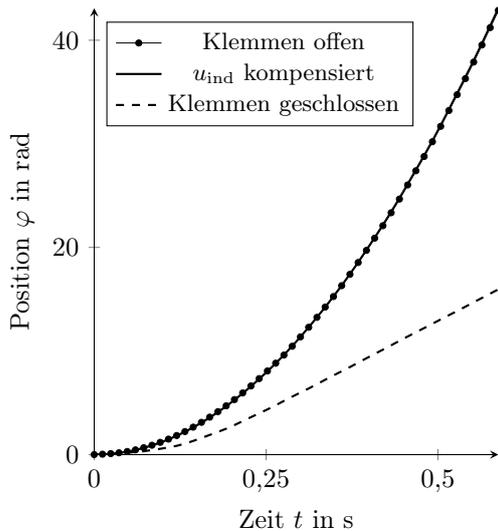


Abbildung 6: Positionsverläufe der Fallversuche/Testfälle 1, 2 und 3 – die Kompensation der Induktionsspannung u_{ind} funktioniert sehr gut

Abbildung 7 zeigt den zweiten Vergleich. Dargestellt ist ein Bereich konstanter Winkelgeschwindigkeit. Es ist zu sehen, dass die Dämpfungsvorgabe von $d = 3 \text{ mNms}$ deutlich besser als $\pm 5\%$ erreicht wird.

Berechnet man die wirksame Dämpfung unter Anwendung von (17) weicht die gemessene von der vorgegebenen Dämpfung um ca. $\pm 3\%$

ab. Dabei wurden Ungenauigkeiten bei der Ermittlung der Werte für m , r , $\dot{\varphi}$ und M_{reib} mit berücksichtigt.

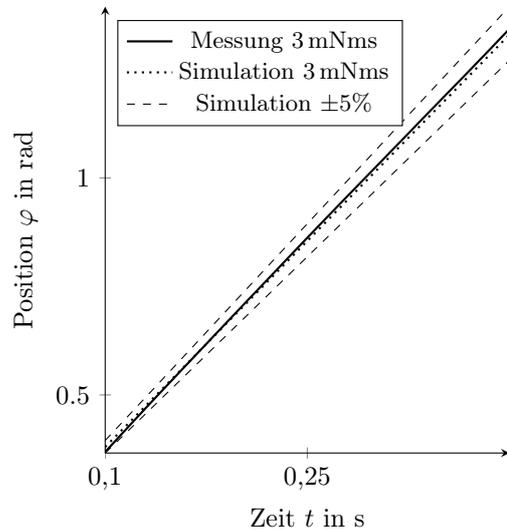


Abbildung 7: Positionsverlauf des Fallversuchs/Testfalls 4 zusammen mit Simulationsergebnissen – die Dämpfungsvorgabe $d = 3 \text{ mNms}$ wird deutlich besser als $\pm 5\%$ eingehalten. In der Simulation wurde der Parameter d zusätzlich um $\pm 5\%$ variiert, alle anderen Parameter verblieben konstant

Zusammenfassung

Ausgehend von einem mathematischen Modell der Gleichstrommaschine wird die Implementierung einer aktiven Dämpfung zur Erzeugung von viskoser Reibung Schritt für Schritt dargestellt.

Der Gleichstrommotor ist Teil eines rotatorischen Haptik-Simulators. Mit diesem werden Untersuchungen im Bereich der Haptik von Bedienelementen durchgeführt.

Im Rahmen der Validierung betrug der Fehler für die Einhaltung der Dämpfungsvorgabe ca. $\pm 3\%$.

Es handelt sich dabei um eine reine Steuerung; sie könnte in Form einer Vorsteuerung auch in einem geregelten System zum Einsatz kommen.

Literatur

- [1] J. Reisinger. *Parametrisierung der Haptik von handbetätigten Stellteilen*. Dissertation, Technische Universität München, 2009.
- [2] A. Schwenger. *Aktive Dämpfung von Triebstrangschwingungen*. Dissertation, Universität Hannover, 2005.